**MO 1 – Logika**

**Výrok** je oznamovacia veta, o ktorej má zmysel hovoriť, či je pravdivá alebo nepravdivá. napr.: Londýn je hlavné mesto Mexika.

**Axióma** je matematický výrok, ktorý považujeme za pravdivý a nedokazujeme ho. Pomocou axióm zavádzame jednotlivé matematické pojmy.

**Hypotéza**

je výrok, o ktorom nevieme rozhodnúť či je pravdivý alebo nepravdivý.

Napríklad: Každé párne číslo väčšie ako 2 je súčtom dvoch prvočísel. Vo vesmíre sa nachádzajú aspoň 4 ľuďmi obývateľné planéty.

**Pravdivostná hodnota**

Pravdivý výrok označujeme znakom 1, nepravdivý výrok označujeme znakom 0. Hovoríme, že výrok má pravdivostnú hodnotu 1, (0). Označujeme p(A) = 1.

**A**: Číslo 312 je deliteľné číslom 6. **p(A) = 1**

 **B**: Obsah každého obdĺžnika vypočítame ako dvojnásobok súčtu jeho strán. **p(B) = 0**

**Logické spojky**

sú ustálené slovné spojenia pomocou ktorých vytvárame zložené výroky z jednoduchých výrokov. Patria sem ∧, ∨, ⇒, ⇔.

**Negácia**

výroku V je výrok, ktorého pravdivostná hodnota je opačná ako pravdivostná hodnota výroku V. Označenie: ‘ alebo ¬ (čítame „nie je pravda“,„neplatí“).

V: Rieka Dunaj ústí do Čierneho mora. p(V) = 1

V’: Rieka Dunaj neústi do Čierneho mora. p(V) = 0

**Konjunkcia**

je spojenie dvoch výrokov pomocou logickej spojky *a* resp. *a zároveň*. Označenie: ∧

Napríklad:

* p: Americký raper 50 Cent bol 19.11.2007 na Slovensku.
* q: Techniku pre jeho vystúpenie malo priviezť 6 kamiónov.
* p ∧ q: Americký raper 50 Cent bol 19.11.2007 na Slovensku a techniku pre jeho vystúpenie malo priviezť 6 kamiónov.

Zložený výrok p∧q (konjunkcia) je pravdivý výrok, keď obidva výroky p, q sú pravdivé.

**Disjunkcia**

je spojenie dvoch výrokov pomocou logickej spojky ***alebo*.** Označenie ∨

Napríklad:

* p: V roku 1975 Jack Hawley vyvinul prvú guľôčkovú myš.
* q: Myš Logitech MediaPlay Cordless je zároveň diaľkovým ovládačom.
* p∨q: V roku 1975 Jack Hawley vyvinul prvú guľôčkovú myš alebo je myš Logitech MediaPlay Cordless zároveň diaľkovým ovládačom.

**Implikácia**

je spojenie dvoch výrokov nesúce jazykový význam ***Ak ….., tak …..*. Označenie ⇒.**

Napríklad: p: Ciferný súčet prirodzeného čísla X je deliteľný tromi q: Prirodzené číslo X je deliteľné tromi. p⇒q: Ak ciferný súčet prirodzeného čísla X je deliteľný tromi, tak prirodzené číslo X je deliteľné tromi.

Zložený výrok p⇒q (implikácia) je pravdivý, keď nenastane prípad, že výrok p je pravdivý a výrok q je nepravdivý.

**Ekvivalencia**

je spojenie dvoch výrokov pomocou logickej spojky ***práve vtedy* resp. *vtedy a len vtedy*.** Označenie: ⇔.

* K: Funkcia f je zhora ohraničená na množine A.
* L: Existuje také reálne číslo *k*, že pre všetky x∈A platí: f(x)≤k.
* K⇔L: Funkcia f je zhora ohraničená na množine A práve vtedy, ak existuje také reálne číslo *k*, že pre všetky x∈A platí: f(x)≤*k*.

MO 2 – Dôkazy

**Priamy dôkaz**

Dokazujeme vety tvaru A ⇒ B pomocou reťazca pravdivých implikácií.

**Napríklad:**

**Veta:**

Súčet dvoch párnych prirodzených čísel je párne prirodzené číslo.

∀x,y ∈ N: ak x = 2n ∧ y = 2k ⇒ x+y = 2v, (n,k,v ∈ N).

**Dôkaz:**

x = 2n ∧ y = 2k ⇒ x+y = 2n+2k = 2(n+k) = 2v a keďže 2v je určite párne číslo, tak veta platí.

**Nepriamy dôkaz**

Namiesto implikácie A ⇒ B dokazujeme obmenenú vetu B’ ⇒ A’.

**Veta:**

Ak *x*2 je párne číslo, tak aj *x* je párne číslo.

∀x∈N: 2|*x*2 ⇒ 2|x

**Dôkaz:**

Dokážeme priamo obmenenú vetu: ∀x∈N: 2x ⇒ 2x2.

2x ⇒ ∀k∈N: x=2k+1 ⇒ x2=(2k+1)2=4k2+4k+1=2(2k2+2k)+1=2m+1 (nepárne č.) ⇒ 2x2

**Dôkaz sporom**

Namiesto konkrétneho výroku V dokazujeme jeho negáciu ¬V a pomocou reťazca implikácií získame logický spor. Zo sporu vyplýva, že negované tvrdenie ¬V neplatí, teda platí pôvodný výrok V.

**Veta:**

V: ∀n ∈ N: 3|n ⇒ 3|n2

**Dôkaz:**

¬V: ∀n ∈ N: 3|n ∧ 3n2

∀n∈N: 3|n ⇒ ∀k∈N: n = 3k ⇒ n2 = 9k2 ⇒ 3|n2 spor. Z toho vyplýva, že negácia vety neplatí, teda platí pôvodná veta.

**MO 3 – Množiny**

**Množina** je súbor navzájom rôznych (rozlíšiteľných) matematických alebo iných objektov. O každom z objektov sa musí dať rozhodnúť, či do danej množiny patrí alebo nie.

**Podmnožina**

Množina A je podmnožinou množiny B práve vtedy, keď každý prvok množiny A je zároveň prvkom množiny B. A ⊂ B ⇔ (∀x: x∈A ⇒ x∈B)

* Množina {1,2,3} je podmnožinou množiny prirodzených čísel.

**Prienik množín**

Prienikom množín A a B nazývame množinu A ∩ B, ktorá obsahuje všetky prvky patriace súčasne do oboch množín A, B.

* A = {2; 3; 4; 5}; B = {1; 3; 5; 7}; A ∩ B = {3; 5}

**Zjednotenie množín**

Zjednotením množín A a B nazývame množinu A ∪ B, ktorá obsahuje prvky patriace aspoň do jednej z množín A, B, teda obsahuje prvky, ktoré patria do množiny A alebo do množiny B a okrem nich neobsahuje žiadne iné prvky.

* A = {2; 3; 4; 5}; B = {1; 3; 5; 7}; A ∪ B = {1; 2; 3; 4; 5; 7}

**Rozdiel množín**

Rozdielom množín A a B nazývame množinu A – B (A \ B), ktorá obsahuje tie prvky množiny A, ktoré súčasne nepatria do množiny B.

* A = {2; 3; 4; 5}; B = {1; 3; 5; 7}; A – B = {2; 4}

**Vennove diagramy**

Na názornú predstavu množín, množinových vzťahov a operácií medzi množinami sa používajú ich grafické znázornenia v rovine, tzv. **množinové diagramy**.

**Prázdna množina**

je množina, ktorá neobsahuje žiadne prvky. Zapisujeme ju pomocou symbolu ∅ alebo {}. A = ∅ B = {};

**Disjunktné množiny**

Ak je prienikom množín A, B prázdna množina (A∩B=∅), nazývame množiny A, B **disjunktnými**.

* A = {2; 3; 4; 5}; B = {6; 7};
* C = {∀x∈Z; -2 ≤ x < 5}; D = {∀x∈N; x > 5}

**Doplnok množiny**

Doplnok množiny A vzhľadom na množinu U je množina A’U všetkých prvkov množiny U, ktoré
nepatria do množiny A. A = {2; 3; 4; 5}; B = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}; A’B = {1; 6; 7}

**MO 4 – Číselné množiny**

**Prirodzené čísla - N - udávajú počet**

{1, 2, 3, 4, ...} ,0 NIE JE PRIRODZENÉ ČÍSLO!!

* ak sčítame alebo vynásobíme 2 ľubovoľné prirodzené čísla, tak dostaneme prirodzené číslo( ***Veta o uzavretosti***. )
* ak odčítame alebo vydelíme 2 ľubovoľné prirodzené čísla, tak nemusíme dostať prirodzené číslo( Pre odčítanie a delenie nie je množina uzavretá. )

**Deliteľnosť**

* dvoma, ak má na mieste jednotiek jednu z číslic 0, 2, 4, 6, 8;
* troma, ak je jeho ciferný súčet deliteľný troma;
* štyrmi, ak je jeho posledné dvojčíslie 00 alebo deliteľné štyrmi;
* piatimi, ak má na mieste jednotiek číslicu 0 alebo 5;
* šiestimi, ak je párne a deliteľné troma;
* ôsmimi, ak je jeho posledné trojčíslie 000 alebo deliteľné ôsmimi;
* deviatimi, ak je jeho ciferný súčet deliteľný deviatimi;
* desiatimi, ak má na mieste jednotiek číslicu 0.

2 prirodzené čísla nazývame ***NESÚDELITEĽNÉ ČÍSLA***, ak nemajú iného spoločného deliteľa než číslo 1.

**Celé čísla – Z-**

 ***CELÉ KLADNÉ ČÍSLA****( Whole numbers )*: prirodzené čísla a číslo 0

 celé kladné čísla a čísla k nim opačné { ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... }

 pre sčítanie, odčítanie a násobenie platí veta o uzavretosti.

 pri sčítaní a násobení platí ***veta o komutatívnosti*** ( čísla môžeme ľubovoľne prehodiť ), platí nielen pri celých číslach

**Racionálne čísla Q**

* všetky čísla, ktoré sa dajú zapísať v tvare zlomku **p/q**, kde p je celé a q prirodzené číslo
* ak sú p a q nesúdeliteľné, hovoríme, že zlomok je v základnom tvare
* v menovateli nikdy nesmie byť 0!

**Komplexné čísla**

$x^{2}+1=0$ nemá v obore reálnych čísel riešenie($-\sqrt{1}$ )imaginárne číslo i = $-\sqrt{1}$, teda $i^{2}=-1$

 usporiadaná dvojica reálnych čísel [a, b], kde a je reálna časť a b je imaginárna časť, ku imaginárnej časti vždy pripíšeme „i“. Napr. *2 + 3i*, takémuto vyjadreniu hovoríme *algebrický tvar komplexného čísla*

**MO 5 – Deliteľnosť**

**Deliteľnosť** - Číslo *a* je násobkom čísla *b*, resp. číslo *b* je deliteľ čísla *a*, práve vtedy, keď existuje také prirodzené číslo *a*, že *a* = *k.b*

**Deliteľ a násobok** *-* Deliteľ je prirodzené číslo, ktoré delí prirodzené číslo bezo zvyšku Násobok je prirodzené číslo, ktoré je zapisateľné v tvare n\*k

**Zvyškové triedy** - množiny čísel, ktoré takýmto spôsobom môžeme vyjadriť rozdelenie prirodzených čísel podľa zvyšku po delení dvoma:

* 1.) zvyšok 0 ⟹ párne čísla – môžeme ich zapísať v tvare 2k + 0 = 2k
* 2.) zvyšok 1 ⟹ nepárne čísla – môžeme ich zapísať v tvare 2k + 1

**Prvočíslo a zložené číslo -** Prvočísla majú práve dvoch rôznych deliteľov, jednotku a samých seba – 2, 3, 5, 7, 11,....

**Prvočíselný rozklad** - Rozložením zloženého čísla na prvočísla dostaneme prvočíselný rozklad

Číslo 1 nie je ani prvočíslo, ani zložené číslo – má len jedného deliteľa a to sama seba

**Najvyšší spoločný deliteľ** - dvoch celých čísel je najväčšie číslo také, že bezo zvyšku delí obe čísla, tzn. najväčšie číslo, ktorým sú obe čísla deliteľné - je to najväčšie číslo zo všetkých spoločných deliteľov

**Najmenší spoločný násobok** dvoch prirodzených čísel *a* a *b* je najmenšie prirodzené číslo, ktoré je deliteľné oboma číslami *a* a *b* , najmenší spoločný násobok viacerých prirodzených čísel je najmenšie prirodzené číslo, ktoré je deliteľné všetkými *n* číslami

**Nesú deliteľné čísla** ktoré majú jediného spoločného deliteľa – číslo 1 – voláme nesúdeliteľné čísla

Čísla, ktoré majú spoločného deliteľa okrem čísla 1, voláme súdeliteľné čísla